UNIVERSIDAD ANTONIO NARIÑO
TALLER No. 2 – SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS
PROGRAMA DE INGENIERÍA BIOMÉDICA
Profesor: PhD. Jairo Alberto Rengifo Osorio.

Tema: Propiedades de los números reales y sistemas numéricos

1. El rango seguro de frecuencia cardiaca en reposo es 70 ± 5 bpm (beats per minute, o latidos por minuto)**.** Exprese el rango como intervalo y verifique con valor absoluto si 76 bpm está dentro del rango.

2. Un glucómetro tiene un factor de calibración $\boldsymbol{c}$ que puede variar entre 0.98 y 1.02 (intervalo [0.98, 1.02]). Una lectura bruta $\boldsymbol{R}$ se encuentra entre 120 mg/dL y 122 mg/dL (intervalo [120, 122]). La glucosa real se calcula como: $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{c}.\boldsymbol{R}$ ¿Cuál es el intervalo posible para la glucosa real $\boldsymbol{G}$?

3. La presión transcutánea de oxígeno ($TcpO_2$) de una paciente mejora un 12% después de aplicar un tratamiento. Antes del tratamiento, la medición fue de 55 mmHg**.** La nueva presión se calcula como: $P_{nueva} = k * P_{inicial}$, k = 1.12 Demuestre usando la propiedad de orden que la nueva presión es mayor que la inicial. Calcule el nuevo valor de $TcpO_2$.

4. En un ensayo de laboratorio para medir la capacidad de un catéter de infusión, se realizan tres cargas sucesivas de solución salina: Primera carga: 2.5 mL; Segunda carga: 3.7 mL y Tercera carga: 4.8 mL. El ingeniero biomédico quiere comprobar si el orden en que agrupe las mediciones afecta el cálculo del volumen total. a) Calcule el volumen total agrupando la suma como (2.5 + 3.7) + 4.8; b) Calcule el volumen total agrupando como 2.5 + (3.7 + 4.8); c) ¿Qué propiedad de los números reales justifica que el resultado sea el mismo? d) Interprete el resultado en el contexto: ¿la forma de sumar influye en la estimación del volumen administrado al paciente?

5. Para esterilizar y preparar dispositivos para un procedimiento quirúrgico menor, cada sensor requiere: Costo del sensor**:** p = $125,000. Servicio de esterilización por unidad: s = $8,000. El servicio solicitará 3 sensores idénticos para un lote. a) Modele el costo total del lote como $C = 3(p + s)$ y calcule su valor numérico. b) Reescriba el costo usando la propiedad distributiva, $C = 3p + 3s$, y verifique que coincide con (a).c) Interprete operativamente la distributivita en este contexto (¿qué significa "distribuir el 3" en términos del proceso?). d) Si una negociación reduce solo el servicio de esterilización en un 10% (el precio del sensor no cambia), actualice el costo total aplicando la misma estructura y calcule el nuevo total.

6. Una microbalanza de laboratorio reporta masa $m_{med} = 42.700$ g con especificación de error máximo $|E| \leq 0.020$ g. Para preparar un estándar, el protocolo exige que la masa real esté en el rango [42.690, 42.715] g.
a) Exprese la condición de error en forma de valor absoluto y deduzca el intervalo de valores reales posibles para la masa. b) Determine si, con la información disponible, se garantiza que la masa real cumple el rango del protocolo. c) Si puede elegir una sola de estas dos configuraciones de la balanza, ¿cuál prefiere y por qué?
Config. A: mismo error (± 0.020 g) pero lectura con menos decimales (42.70 g).
Config. B: mismo error (± 0.020 g) pero lectura con más decimales (42.7000 g).
Justifique en términos de representación decimal vs. incertidumbre real.

7. Un equipo de medición de presión arterial es "apto" si cumple simultáneamente dos criterios de error relativo r (en proporción, no en %): Criterio A (fabricante): $|r| \leq 0.03 \Rightarrow r \in [-0.03, 0.03]$. Criterio B (laboratorio): $-0.02 \leq r \leq 0.025$
En una serie de pruebas, el peor error observado del equipo fue $r = -0.022$ a) Determine el intervalo de aptitud real como la intersección de ambos criterios. b) Verifique si el error observado $r = -0.022$ cumple la aptitud. c) Interprete el resultado: ¿el equipo se certifica o requiere ajuste?

8. Para preparar una solución intravenosa, se combinan dos volúmenes medidos con sus tolerancias: Bolsa A: $V_A \in [250.5, 251.3]$ mL. Bolsa B: $V_B \in [99.8, 100.4]$ mL. El volumen total administrado es $V_T = V_A + V_B$.
a) Determine el intervalo posible de V_T . b) Explique qué propiedades de R justifican el procedimiento.
c) Interprete el resultado: ¿cuál es el máximo error absoluto posible respecto del valor "central" reportable?

9. Se define un índice de perfusión $Q = \frac{A}{B}$, donde: A es un flujo medido (unidad arbitraria) con incertidumbre: $A \in [4.8, 5.2]$ y B es un área efectiva (misma unidad base) con incertidumbre: $B \in [1.9, 2.1]$. Se sabe que todas las magnitudes son positivas (no hay riesgo de dividir por 0). a) Determine el intervalo posible de Q.
b) Justifique por qué extremos usar en numerador y denominador (monotonicidad de $\frac{a}{b}$ con $a > 0$, $b > 0$).
c) Exprese un valor "central" con su semiamplitud como estimación reportable.

10. Un sensor de glucosa, considerando su incertidumbre, reporta un intervalo en mg/dL: $G_{\text{mg/dL}} \in [95, 105]$. Para análisis comparables, el laboratorio necesita la glucosa en mmol/L, usando la conversión estándar: $G_{\text{mmol/L}} = \frac{G_{mg/dL}}{18}$. a) Convierta correctamente el intervalo de glucosa a mmol/L, justificando por qué se pueden dividir los extremos. b) Obtenga el valor central y la semiamplitud (incertidumbre) en mmol/L. c) (Análisis) Compare con el intervalo original: ¿la conversión cambia el orden o la cobertura del rango?

11. Dos termistores S_1 y S_2 miden la misma temperatura real T en una incubadora neonatal.
El fabricante garantiza errores acotados por: $|e_1| \leq 0.12$°C y $|e_2| \leq 0.18$°C.
Las lecturas mostradas son: $L_1 = 36.84$°C, $L_2 = 36.95$°C. Se define $L_i = T + e_i$.
Especificación de consistencia del laboratorio: las lecturas de dos sensores que midan la misma muestra deben diferir a lo sumo 0.35°C. a) Use la desigualdad triangular para deducir una cota teórica para $|L_1 - L_2|$ en función de $|e_1|$ y $|e_2|$. b) Con los límites de error dados, halle la cota máxima garantizable de $|L_1 - L_2|$. c) Con las lecturas observadas, evalúe si se cumple la especificación de consistencia del laboratorio. d) Interprete el resultado: ¿las lecturas son compatibles con medir la misma T según las tolerancias?

12. Se mide potasio sérico (K^+) con un analizador cuyo error máximo es ±0.08 mmol/L. El informe muestra $K_{\text{med}} = 5.05$ mmol/L. Rangos clínicos utilizados por el servicio: Normal: [3.5, 5.0] mmol/L. Límite alto (vigilar): (5.0, 5.5] mmol/L. Alerta (hiperpotasemia): (5.5, ∞) mmol/L. a) Modele la incertidumbre con valor absoluto y deduzca el intervalo real posible para K. b) Determine la intersección de ese intervalo con cada rango clínico y clasifique el resultado: ¿se puede afirmar que es normal, límite o alerta? c) Interprete: ¿la clasificación es concluyente o indeterminada? ¿Qué haría para resolver la ambigüedad?

13. Un oxímetro es apto si cumple (A o B) y C: Criterio A (estabilidad): la variación de saturación en reposo ΔSpO_2 (en puntos porcentuales) está en $[-0.8, 0.8]$. Criterio B (exactitud media): el sesgo promedio frente a patrón, b, está en $[-0.5, 0.5]$ p.p. Criterio C (ruido): la desviación estándar del ruido, σ, está en $[0, 0.6]$ p.p.
Tras 5 minutos de prueba, el análisis arroja intervalos estimados (con incertidumbre) para cada magnitud:
$\Delta SpO_2 \in [-0.9, 0.7]$, $b \in [-0.4, 0.6]$, $\sigma \in [0.45, 0.7]$. a) Determine si A se cumple, comparando intervalos.
b) Determine si B se cumple. c) Determine si C se cumple. d) Concluya si el equipo es apto bajo (A o B) y C.
e) Proponga una acción para acercar el equipo a la aptitud si no cumple.

14. Un analizador de gases arteriales reporta tres estimaciones de pH para la misma muestra, generadas por distintos módulos internos: Módulo A: 7.400 (decimal exacto con tres decimales). Módulo B: $7.39\overline{9}$ (decimal periódico: 7.3999…). Módulo C: $\frac{7399}{1000}$ (fracción exacta). a) Convierta todas las lecturas a una forma comparable (decimal) sin perder exactitud cuando sea posible. b) Ordénelas de menor a mayor justificando con la propiedad de orden total en R . c) Concluya si alguna(s) de ellas representan exactamente el mismo número**,** a pesar de verse distintas.

EXITOS